

Веселовский В.Б. – канд. физ.-мат. наук, доц., ДНУ
Губин А.И. – аспирант, ДНУ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАЗЕРНОГО ТЕРМИЧЕСКОГО УПРОЧНЕНИЯ БЕЗ ПЛАВЛЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ

Разработана математическая модель лазерного термического упрочнения сплавов без плавления поверхности с учетом конечной скорости распространения тепла. Для решения задачи построена симметричная безусловно устойчивая разностная схема второго порядка аппроксимации по временной и пространственной переменным. Проведены расчеты и сравнение полей температуры и тепловых потоков для стали на основе предложенной модели и классической модели теплопроводности Фурье.

Введение

Структурное состояние поверхностного слоя, обработанного лазерным излучением, определяет весь комплекс физических, механических и эксплуатационных характеристик поверхности детали. Лазерная обработка милли- и наносекундными импульсами вызывает тонкие фазовые и структурные изменения в поверхностном слое, а также формирование более развитой субструктуры. Это обусловлено высокими скоростями нагрева и охлаждения, а также значительным градиентом температур в зоне лазерного воздействия.

Основной целью лазерного термического упрочнения сплавов является повышение износостойкости деталей, работающих в условиях трения. Уменьшение величины износа происходит за счет получения высоких твердости и дисперсности структуры, увеличения несущих свойств поверхности и др. Наибольшее распространение получил метод лазерного упрочнения средне- и высокоуглеродистых сталей без плавления поверхности, наименьшее – лазерная упрочняющая обработка с плавлением поверхности. Объясняется это тем, что при низких скоростях движения лазерного луча в зоне плавления образуется дендритно-зеренная структура, характеризующаяся пониженной микротвердостью [1, 2].

На практике используется в основном метод лазерной закалки средне- и высокоуглеродистых сталей. При этом рекомендуется подбирать режимы лазерного упрочнения таким образом, чтобы получить наиболее высокую температуру поверхности, но не допустить появления зоны плавления (для получения максимальной толщины зоны лазерного воздействия).

Постановка задачи

Пусть радиус пятна нагрева существенно больше толщины зоны лазерного воздействия, тогда при рассмотрении процесса теплопроводности можно ограничиться одномерным случаем. При воздействии высокоинтенсивного потока энергии на поверхность материала скорость изменения плотности теплового потока в поверхностном слое очень высока, поэтому математическое моделирование процесса лазерного термического упрочнения не представляется возможным без учета конечности скорости распространения тепла в материале. Из сказанного следует, что математическая модель может быть составлена из двух дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка относительно плотности теплового потока и температуры

$$\tau_r \frac{\partial q}{\partial t} + q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}, \quad c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x} + F(x,t), \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \quad (1)$$

и дополнительных условий в начальный момент времени и на границах

$$\begin{aligned} T(x,0) &= \varphi_1(x), & q(x,0) &= \varphi_2(x), \\ q(0,t) &= \Phi_1(t), & q(l,t) &= \Phi_2(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где $q(x,t)$ – плотность теплового потока; $T(x,t)$ – поле температур; t – время; x – пространственная координата; λ – теплопроводность; c – теплоемкость; ρ – плотность вещества; τ_r – время релаксации теплового потока; $F(x,t)$ – мощность внутренних источников тепла. Первое из уравнений (1) описывает закон теплопроводности с учетом релаксации теплового потока, а второе – закон сохранения энергии.

Как показано во многих работах [3 – 7], система уравнений (1) может быть сведена к одному дифференциальному уравнению второго порядка гиперболического типа относительно температуры только в случае, когда время релаксации τ_r не зависит от пространственной

координаты x и искомым функций T и q . При этом в качестве одного из начальных условий необходимо задавать распределение скорости изменения температуры, что само по себе является задачей сложной и непривычной для теплофизика. Также при такой постановке никогда не рассматривается и не определяется поле плотности теплового потока, хотя поле этой величины не менее важно при исследовании процессов теплопроводности, чем температурное. Из всего выше перечисленного следует, что постановка задачи теплопроводности с учетом релаксации теплового потока в виде (1), (2) является более естественной и менее ограниченной, чем краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка гиперболического типа. Граничные условия второго рода при постановке задачи (1), (2) также были выбраны ввиду их естественности при описании процессов лазерного воздействия на материалы.

Еще одним важным преимуществом системы (1) по сравнению с гиперболическим уравнением теплопроводности является возможность построения для нее двуслойных разностных схем.

Симметричная разностная схема

Будем рассматривать в узлах равномерной пространственной сетки величины $u_n \approx q(x_n, t)$, $n = \overline{0, N}$, а в серединах интервалов величины $v_n \approx T(x_{n+1/2}, t)$, $n = \overline{0, N-1}$. Выберем шаблон, изображенный на рис. 1 [8], и составим на нем симметричную схему

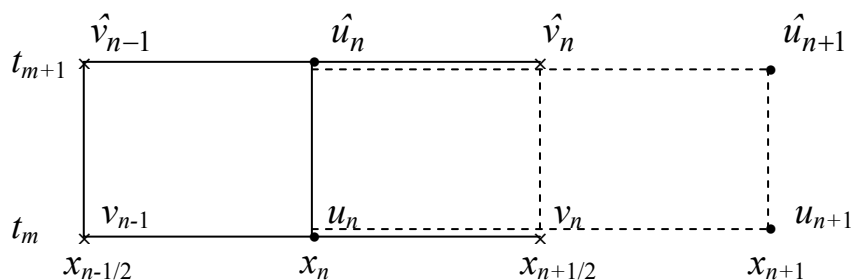


Рис. 1. Шаблон разностной схемы

$$\frac{c\rho}{\tau}(\hat{v}_n - v_n) = -\frac{1}{2h}(\hat{u}_{n+1} - \hat{u}_n + u_{n+1} - u_n) + f_n,$$

$$\frac{\tau_r}{\tau}(\hat{u}_n - u_n) + \frac{1}{2}(\hat{u}_n + u_n) = -\frac{\lambda}{2h}(\hat{v}_n - \hat{v}_{n-1} + v_n - v_{n-1}),$$

$$h = x_{n+1} - x_n, \quad f_n = F\left(x_{n+1/2}, t_m + \frac{\tau}{2}\right), \quad (3)$$

$$v_n^0 = \varphi_1(x_{n+1/2}), \quad u_n^0 = \varphi_2(x_n),$$

$$u_0^m = \Phi_1(t_m), \quad u_N^m = \Phi_2(t_m).$$

Исследование разностной схемы (3) показывает, что она имеет аппроксимацию $O(\tau^2 + h^2)$ и является безусловно устойчивой, а следовательно, сходится со скоростью $O(\tau^2 + h^2)$. Эта схема двуслойна, поэтому она позволяет произвольно менять шаг по времени τ в ходе расчета, обеспечивая при этом точность $O(\max \tau_m^2)$. Кроме того, аппроксимация начальных и граничных условий является точной.

Таким образом, симметричная схема (3) приводит к несложному вычислительному алгоритму, безусловно устойчива, имеет хорошую точность и следовательно, может быть использована для численного исследования процессов теплопроводности с учетом конечной скорости распространения тепла.

Результаты расчетов

На основе разностной схемы (3) на ЭВМ были проведены расчеты полей температуры и тепловых потоков для стали, где принималось: $\lambda = 23 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$, $\rho = 7500 \text{ кг/м}^3$, $c = 670 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$, $\tau_r = 10^{-9} \text{ с}$, $\varphi_1(x) = 0$, $\varphi_2(x) = 0$, $\Phi_2(t) = 0$, $F(x, t) = 0$. Воздействие высокоинтенсивного потока энергии моделировалось граничной функцией $\Phi_1(t)$. Результаты расчетов приведены на рис. 2 – рис. 4 для $\Phi_1(t) = 10^{11} \sin^2 \frac{\pi t}{2\tau_r}$ и на рис. 5 – рис. 7 для $\Phi_1(t) = 10^{10} \frac{t}{\tau_r}$.

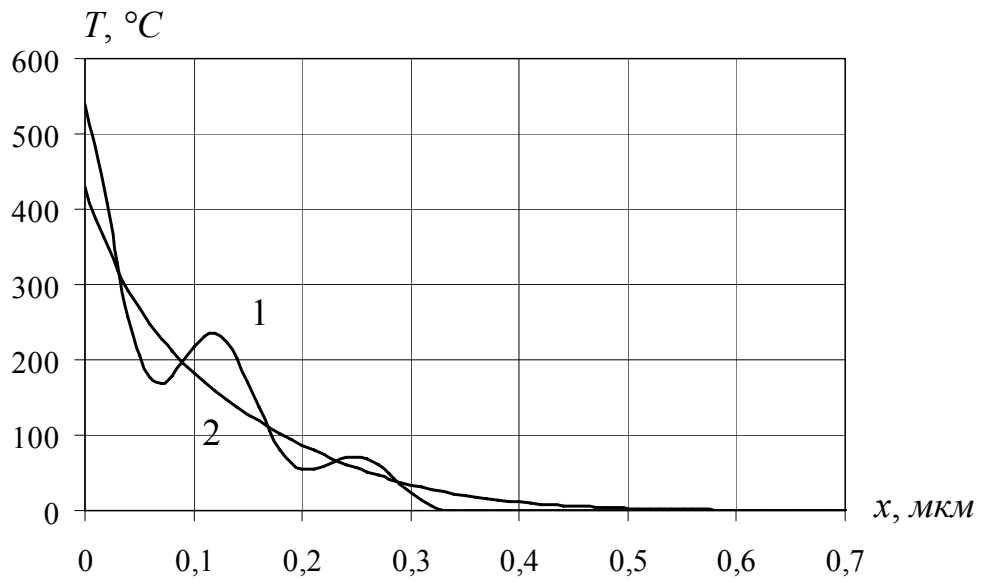


Рис. 2. Распределение температуры при $t/\tau_r = 5$

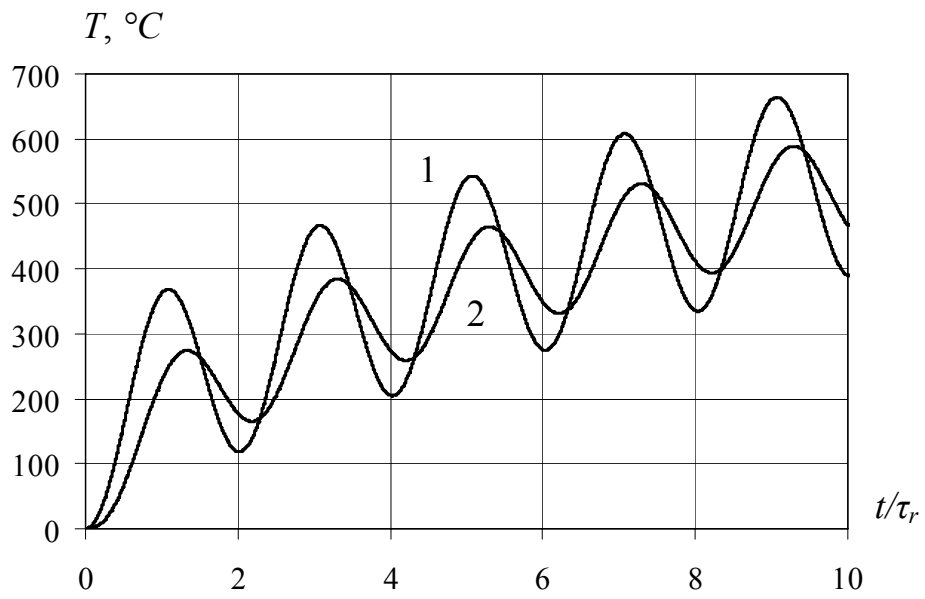


Рис. 3. Изменение температуры поверхности $x = 0$ во времени

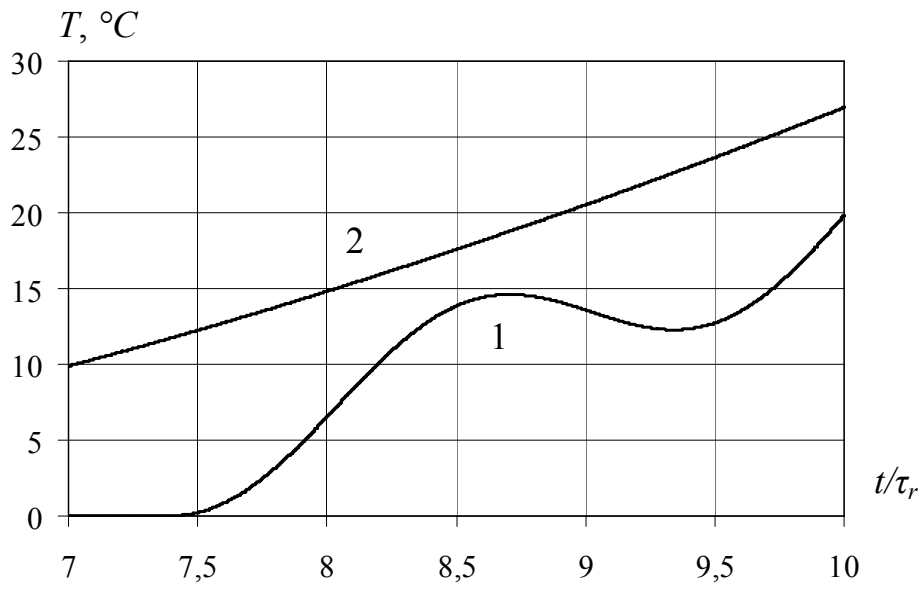


Рис. 4. Изменение температуры при $x = 0,5$ мкм во времени

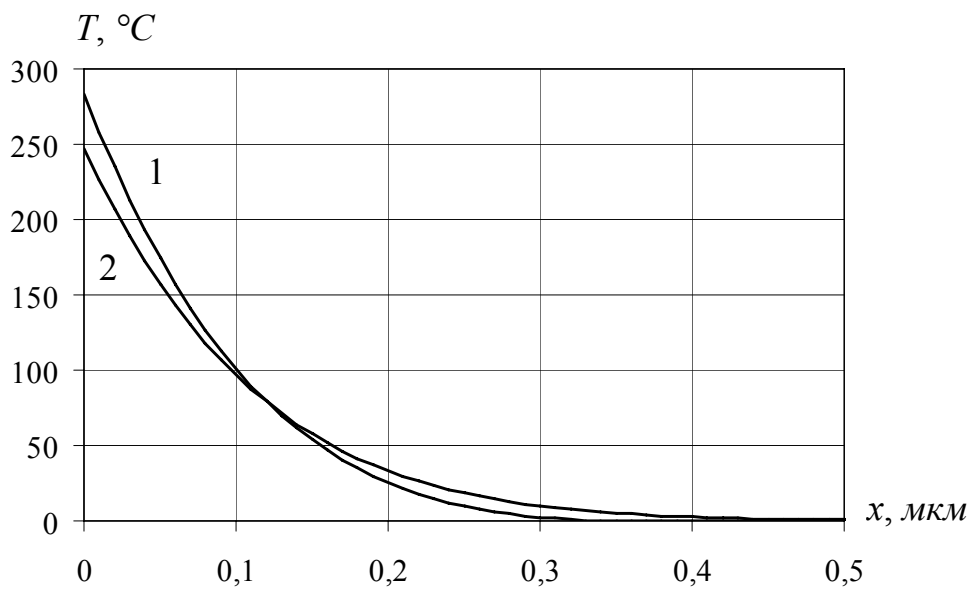


Рис. 5. Распределение температуры при $t/\tau_r = 5$

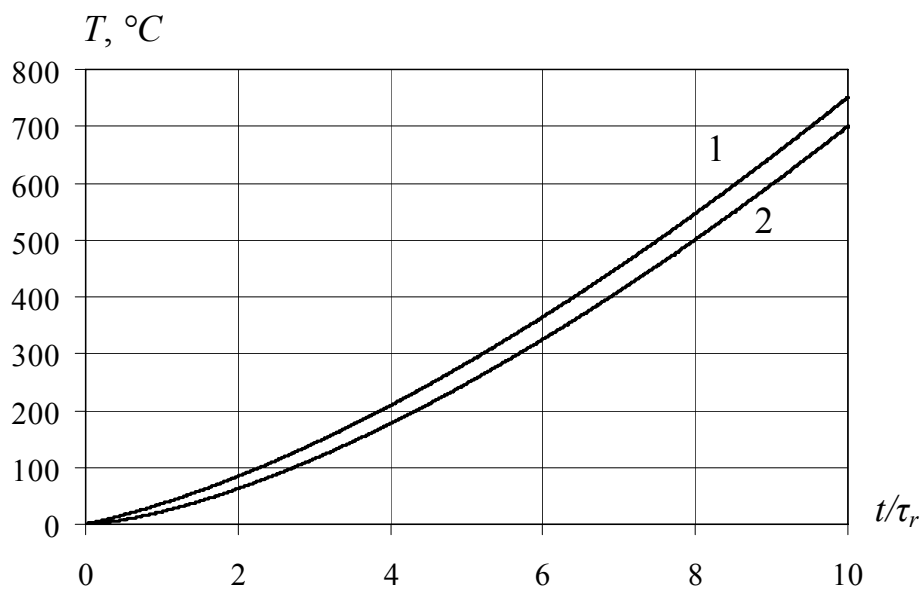


Рис. 6. Изменение температуры поверхности $x = 0$ во времени

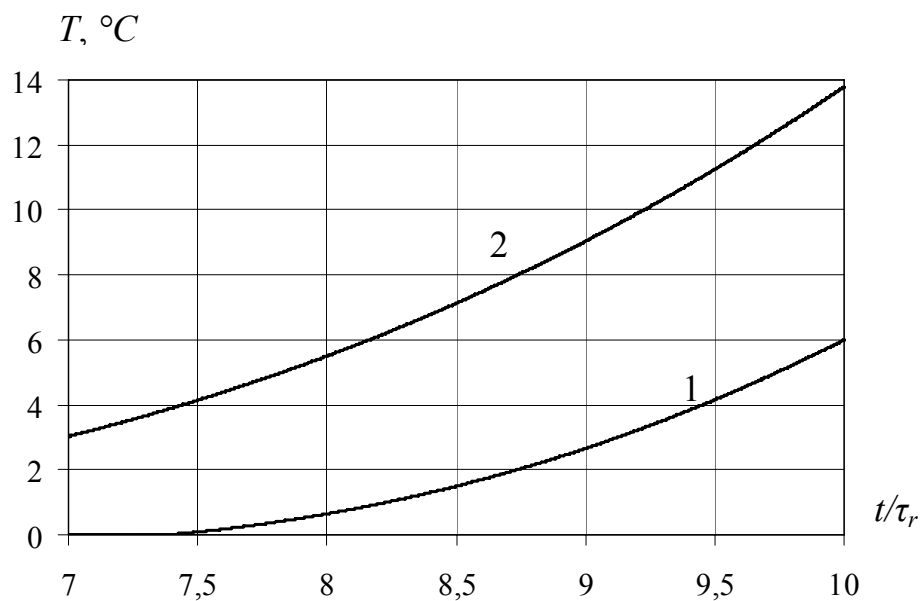


Рис. 7. Изменение температуры при $x = 0,5$ мкм во времени

На рис. 2 – рис. 7 кривые 1 получены на основе модели теплопроводности с учетом релаксации теплового потока (1), (2), а кривые 2 – на основе классической модели теплопроводности Фурье. Полученные результаты указывают на существенное количественное и качественное различие между этими моделями.

венное отличие температурных полей, которые дают эти две модели для высокоинтенсивных процессов теплообмена, поэтому учет релаксации теплового потока крайне необходим при моделировании таких новых перспективных технологических процессов, как лазерное термическое упрочнение сплавов.

Выводы

Разработанная на основе обобщенного закона теплопроводности математическая модель лазерного термического упрочнения сплавов без проплавления поверхности, а также составленная для решения задачи симметричная разностная схема могут быть успешно применены для численного исследования процессов лазерной обработки поверхностей и выбора рациональных режимов теплового воздействия.

Список литературы

1. Веселовский В.Б., Малая Ю.А., Гнедаш К.И. Математическое моделирование импульсных теплотехнологических процессов // Металлургическая теплотехника: Сборник научных трудов НМетАУ. – Днепропетровск: «ПП Грек О.С.», 2007. – С. 53 – 61.
2. Черненко В.С., Кіндрачук М.В., Дудка О.І. Променеві методи обробки: Навч. посібник. – К.: Кондор, 2004. – 166 с.
3. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высшая школа, 2001. – 540 с.
4. Карташов Э. М., Ремизова О. И. Новые интегральные соотношения в теории нестационарного теплопереноса на основе уравнения гиперболического типа // Изв. РАН. Энергетика. – 2002. – № 3. – С. 146 – 156.
5. Карташов Э.М., Ремизова О.И. Модельные представления термического удара при импульсных и пульсирующих тепловых нагрузках на основе обобщенного уравнения энергии // Математическое моделирование. – 2005. – Т. 17. – № 4. – С. 81 – 90.
6. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. – М.: Эдиториал УРСС, 2003. – 784 с.
7. Шашков А.Г., Бубнов В.А., Яновский С.Ю. Волновые явления теплопроводности. Системно-структурный подход. – М.: Эдиториал УРСС, 2004. – 296 с.
8. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с.

Рукопись поступила 05.04.2008 г.