УДК 536.2:539.3

Берлов А.В.*– ст. препод., ДНУ*
Веселовский В.В. *– аспирант, ДНУ*

РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ СОСТАВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Приведены решения нелинейных задач нестационарной теплопроводности с переменным коэффициентом теплообмена, с нелинейностью первого, второго рода, а также для задач теплопроводности с общей нелинейностью. В основу решений положены операционный метод и метод последовательных интервалов.

Введение

При сложном характере граничных функций, например, кусочно-непрерывных сеточных функций и т.д., для решения линейных задач нестационарной теплопроводности целесообразно применять метод последовательных интервалов [1, 2]. При таком подходе все время процесса разбивается на ℓ последовательных интервалов, в каждом из которых вид граничных функций конкретизирован. Решение нелинейной краевой задачи в такой постановке сводится к решению ℓ краевых задач, отличающихся начальными условиями и видом граничных функций. Заменяя нелинейные коэффициенты и функции на каждом интервале конкретным числом, и, следовательно, учитывая их зависимость от температуры ступенчатым образом [2], метод последовательных интервалов в такой интерпретации позволяет рассматривать и нелинейные задачи теплопроводности. В [2, 3], разбивая время протекания процесса и толщину пластины на ряд расчетных интервалов, авторы сводят задачу к линейной для многослойной системы пластин. Используя этот метод, покажем возможность его применения к решению задач нестационарной теплопроводности с нелинейностью первого, второго рода, а также для задач теплопроводности с общей нелинейностью.

Постановка задачи

Задача теплопроводности для многослойного кусочно-однородного тела (неограниченная пластина), состоящего из m параллельных плоских слоев, учитывая что для каждого слоя бралась своя система координат ($0_V \le x_V \le R_V$), формулируется следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda_\nu(T_\nu)\frac{\partial T_\nu(x_\nu,\tau)}{\partial x_\nu}\right] = c_\nu(T_\nu)\frac{\partial T_\nu(x_\nu,\tau)}{\partial \tau} + w_\nu(x_\nu,T_\nu,\tau)\,, \qquad (1)$$

$$T_\nu(x_\nu,0) = \varphi_\nu(x)\,,\ (\nu = 1,2,...,m), \qquad (2)$$

где $T_\nu(x_\nu,\tau)$ – температура ν-го слоя теплоизоляции, зависящая от координаты x_ν и времени τ; $c_\nu(T_\nu)$ – коэффициент удельной объемной теплоемкости ν-го слоя; $\varphi_\nu(x)$ – некоторые функции, которые характеризуют неравномерное распределение температуры в начальный момент времени.

Мощность внутренних источников (стоков) тепла представляет собой суперпозицию мощности источников тепла, являющихся следствием воздействия на конструкцию полей различной физической природы. В зависимости от воздействия функция $w_\nu(x_\nu,T_\nu,\tau)$, равна

$$w_\nu(x_\nu,T_\nu,\tau) = \sum_{j=1}^{N} w_{\nu,j}(x_\nu,T_\nu,\tau)\,, \qquad (3)$$

где N – количество воздействий.

Граничные функции, обусловленные наличием внешних поверхностных источников (стоков) тепла, записываются в виде совокупности воздействий $f_0(\tau) = \sum_{i=1}^{N_1} f_{0,i}(\tau)$, $f_1(\tau) = \sum_{i=1}^{N_2} f_{1,i}(\tau)$ или на границах слоев $f_2(\tau) = \sum_{i=1}^{N_3} f_{2,i}(\tau)$, где N_1, N_2, N_3 – количество граничных воздействий. Внешние граничные условия:

$$\begin{cases} \alpha_0\lambda_1(T_1)\dfrac{\partial T_1(x_1,\tau)}{\partial x_1}\Big|_{x_1=0} = h_0\overset{*}{\alpha_0}(T,\tau)\left[f_0(\tau) - MT_1(x_1,\tau)\right]\Big|_{x_1=0} \\ \alpha_1\lambda_m(T_m)\dfrac{\partial T_m(x_m,\tau)}{\partial x_m}\Big|_{x_m=R_m} = h_1\overset{*}{\alpha_1}(T,\tau)\left[f_1(\tau) - M_1T_m(x_m,\tau)\right]\Big|_{x_m=R_m}, \end{cases} \qquad (4)$$

где $f_0(\tau)$, $f_1(\tau)$ – граничные функции, которые в зависимости от типа граничных условий являются температурой окружающей среды, тепловым потоком; $\overset{*}{\alpha_0}(T,\tau)$, $\overset{*}{\alpha_1}(T,\tau)$ – приведенные коэффициенты теплообмена на внешних поверхностях системы, включающие в себя составляющие конвективного и лучистого теплообмена. Полагая в (4) параметры унификации $\alpha_0, \alpha_1, h_0, h_1, M_0, M_1$, равными 0 или ± 1, будем иметь граничные условия, соответственно, первого, второго, третьего рода и различные их сочетания.

Условия теплового контакта имеют вид:

$$\begin{cases} \lambda_\nu(T_\nu)\dfrac{\partial T_\nu(x_\nu,\tau)}{\partial x_\nu}\Big|_{x_\nu=R_\nu} = \dfrac{1}{R_{\nu,\nu+1}(T,\tau)}\left[T_{\nu+1}(0,\tau)-T_\nu(R_\nu,\tau)\right] \\ \lambda_\nu(T_\nu)\dfrac{\partial T_\nu(x_\nu,\tau)}{\partial x_\nu}\Big|_{x_\nu=R_\nu} - \lambda_{\nu+1}(T_{\nu+1})\dfrac{\partial T_{\nu+1}(x_\nu,\tau)}{\partial x_{\nu+1}}\Big|_{x_{\nu+1}} = f_2\ (R_\nu,T_\nu,\tau), \end{cases} \tag{5}$$

где $R_{\nu,\nu+1}$ – термическое сопротивление на контакте слоев ν и $\nu+1$.

При $f_2\ (R_\nu,T_\nu,\tau)=0$ условия (5) соответствуют условиям идеального теплового контакта на стыках слоев; при $f_2\ (R_\nu,T_\nu,\tau)=\omega^*_{\nu,\nu+1}(T_\nu,\tau)=\dfrac{R_\nu}{\lambda_\nu}\omega_{\nu,\nu+1}(R_\nu,T_\nu,\tau)$ – условия (5) соответствуют условиям неидеального теплового контакта; при $f_2\ (R_\nu,T_\nu,\tau)=A_{\nu,\nu+1}\dfrac{\partial T_{\nu+1}(R_\nu,T_\nu,\tau)}{\partial\tau}\Big|_{x=0}$, $A_{\nu,\nu+1}=\dfrac{\delta_{\nu,\nu+1}R_\nu}{R_0^2}\cdot\dfrac{\lambda_0}{\lambda_\nu}\dfrac{c_{\nu,\nu+1}}{c_0}$ условия (5) соответствуют условиям неидеального теплового контакта в виде тепловой емкости.

Решение нелинейных задач

Рассмотрим математическую постановку задачи для многослойного плоского тела (1) – (5), используя метод последовательных интервалов. От интервала к интервалу будем изменять ступенчатым образом теплофизические характеристики, параметры неидеального теплового контакта, приведенный коэффициент теплообмена. Функции, зависящие от времени и координаты на каждом интервале, могут принимать любой конкретный вид из класса аналитических функций.

Разобьем временной интервал [0, $\mathrm{Fo_k}$] на ряд временных интервалов ΔFo_j так, что

$$0_j \le Fo \le \Delta Fo_j, \qquad j=1,2,3,...\ell,$$

где

$$\sum_{j=1}^{\ell}\Delta Fo_j = Fo_k .$$

Тогда задача (1) – (5) сведется к решению линейных задач на каждом временном интервале:

$$\beta_{\nu,j}\frac{\partial^2 T_{\nu,j}(x,Fo)}{\partial x^2}=\frac{\partial T_{\nu,j}(x,Fo)}{\partial Fo}-\beta^*_{\nu,j}w_{\nu,j}(x,Fo), \tag{6}$$

$$T_{\nu,j}(x,Fo)\Big|_{Fo=0}=\varphi_{\nu,j}(x), \tag{7}$$

$$\begin{cases} \alpha_0 \left.\dfrac{\partial T_{1,j}(x,Fo)}{\partial x}\right|_{x=0} = h_0 Bi_{0,j}\left[f_{0,j}(Fo) - M_0 T_{1,j}(x,Fo)\right]_{x=0} \\ \alpha_1 \left.\dfrac{\partial T_{m,j}(x,Fo)}{\partial x}\right|_{x=1} = h_1 Bi_{1,j}\left[f_{1,j}(Fo) - M_1 T_{m,j}(x,Fo)\right]_{x=1} \end{cases} \qquad (8)$$

$$\begin{cases} \alpha_2 \left.\dfrac{\partial T_{\nu,j}(x,Fo)}{\partial x}\right|_{x=1} = R^j_{\nu,\nu+1}\left[T_{\nu-1,j}(0,Fo) - T_{\nu,j}(1,Fo)\right] \\ \left.\dfrac{\partial T_{\nu,j}(x,Fo)}{\partial x}\right|_{x=1} - \mu^j_{\nu-1,\nu}\left.\dfrac{\partial T_{\nu+1,j}(x,Fo)}{\partial x}\right|_{x=0} = f_{2,j}(Fo) \end{cases} \qquad (9)$$

При этом в условии (2)

$$\begin{aligned} &T_{\nu,1}(x,Fo)\big|_{Fo=0} = \varphi_{\nu,1}(x), \qquad && \varphi_{\nu,1}(x) = \varphi(x), \\ &T_{\nu,j}(x,Fo)\big|_{Fo=0} = \varphi_{\nu,j}(x), \qquad && \varphi_{\nu,j}(x) = T_{\nu,j-1}(x, \Delta Fo_{j-1}). \end{aligned} \qquad (10)$$

В условии (5) при $\alpha_2 = 1$, $f_{2,j}(Fo) = w^{*j}_{\nu,\nu+1}(Fo)$;

при $\alpha_2 = 0$, $f_{2,j}(Fo) = A^j_{\nu,\nu+1}\left.\dfrac{\partial T_{\nu+1,j}(x,Fo)}{\partial Fo}\right|_{x=0}$.

Используя структурную форму решения [4], покажем, что общая структура решения задачи (6) – (10) отличается от полученных ранее решений линейных задач теплопроводности для составных тел [5,6] только содержанием простых структур.

Общая структура решения задачи (6) – (10) для j-го интервала имеет вид

$$T_{\nu,j}(x,Fo) = \sum_{r=1}^{2m}\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\Omega_{n,j}\left[\mu^{\nu}_{n,r}(x), \varphi_n\right]\cdot g^{(n)}_{r,j}(Fo) + \right.$$

$$\left. + \sum_{k=1}^{\infty} E_{r,j}(x,p_k)\exp\left(-\gamma_k^2 Fo\right)\right\} + z^k_{\nu,j}(x,Fo), \qquad (11)$$

где

$$E_{r,1}(x,p_k) = \frac{\overline{g}_{r,1}(p_k)}{\Psi_1'(\varphi_n,p_k)} Q_1\left[\mu^{\nu}_{n,r}(x), p_k\right],$$

$$E_{r,j}(x,p_k) = E_{r,j-1}(x,p_k)\exp\left(-\gamma_k^2 \Delta Fo_{j-1}\right) + \frac{\overline{g}_{r,j}(p_k)}{\Psi_j'(\varphi_n,p_k)} Q_j\left[\mu^{\nu}_{n,r}(x), p_k\right], \qquad (12)$$

$$Z^*_{\nu,1}(x,Fo)=\sum_{n=0}^{\infty}\beta^n_{\nu,1}\frac{Fo^n}{n!}\varphi^{(2n)}_{\nu,1}(x)+W_{\nu,1}(x,Fo),$$

$$Z^*_{\nu,j}(x,Fo)=\sum_{n=0}^{\infty}\beta^n_{\nu,j}\frac{Fo^n}{n!}\varphi^{(2n)}_{\nu,j}(x)+W_{\nu,j}(x,Fo) \tag{13}$$

Здесь

$$\varphi_{\nu,1}(x)=\varphi_{\nu}(x),$$

$$\varphi_{\nu,j}(x)=Z^*_{\nu,j-1}(x,\Delta Fo_{j-1})+\sum_{r=1}^{2m}\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\Omega_{n,j-1}\left[\mu^{\nu}_{n,r}(x),\varphi_n\right]g^{(n)}_{r,j-1}\Big|_{Fo=\Delta Fo_{j-1}}\right\}.$$

Компоненты воздействия $g_{r,j}(Fo)$ вычисляются с учетом (10), (13) и

$$\varphi_{\nu,j}(x)\equiv T_{\nu,j-1}(x,\Delta Fo_{j-1}).$$

Из математической постановки задачи (6) – (10) следует, что она отличается от постановки линейной [5, 6] только начальным условием (10) и соответственно компонентами воздействия. Следовательно, общая структура решения данной задачи имеет вид (11).

Решение (11) отличается от структурного решения линейной задачи только индексами j, характеризующими причастность к временным интервалам. Сращивание решений в (11) происходит через функции $\varphi_{\nu,j}(x)$, входящие в начальное условие (10).

Из (11) следует, что для первого интервала:

$$T_{\nu,1}(x,Fo)=\sum_{r=0}^{2m}\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\Omega_{n,1}\left[\mu^{\nu}_{n,r}(x),\varphi_n\right]\cdot g^{(n)}_{r,1}(Fo)+\right.$$

$$\left.+\sum_{k=1}^{\infty}E_{r,1}(x,p_k)\exp\left(-\gamma_k^2\,Fo\right)\right\}+Z^*_{\nu,1}(x,Fo), \tag{14}$$

где

$$E_{r,1}(x,p_k)=\frac{\overline{g}_{r,1}(p_k)}{\Psi_1'(\varphi_n,p_k)}Q_1\left[\mu^{\nu}_{n,r}(x),p_k\right],$$

$$Z^*_{\nu,1}(x,Fo)=\sum_{n=0}^{\infty}\beta^n_{\nu,1}\frac{Fo^n}{n!}\varphi^{(2n)}_{1,\nu}(x)+\overline{W}_{\nu,1}(x,Fo).$$

Функция $\varphi_{1,\nu}(x)$ в (14) характеризует распределение температуры, заданное в первоначальный момент времени, т.е. $\varphi_{1,\nu}(x)=\varphi_{\nu}(x)$. Для второго интервала в решении (11) функция $\varphi_{\nu,2}(x)$ находится из решения для первого интервала (14) при $Fo=\Delta Fo_1$. Следовательно,

$$\varphi_{\nu,2}(x)=T_{\nu,1}(x,\Delta Fo_1). \tag{15}$$

Подставляя (15) в решение (11) при j = 2, после соответствующих преобразований, получим

$$T_{\nu,2}(x,Fo)=\sum_{r=0}^{2m}\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\Omega_{n,2}\left[\mu_{n,2}^{\nu}(x),\varphi_n\right]\cdot g_{r,2}^{(n)}(Fo)+\right.$$

$$\left.+\sum_{k=1}^{\infty}E_{r,2}(x,p_k)\exp\left(-\gamma_k^2\,Fo\right)\right\}+Z_{\nu,2}^{*}(x,Fo), \qquad (16)$$

где

$$E_{r,2}(x,p_k)=E_{r,1}(x,p_k)\exp\left(-\gamma_k^2\Delta Fo_1\right)+\frac{\overline{g}_{r,2}(p_k)}{\Psi_2'(\varphi_n,p_k)}Q_2\left[\mu_{n,r}^{\nu}(x),p_k\right]$$

$$Z_{\nu,2}^{*}(x,Fo)=\sum_{n=0}^{\infty}\beta_{\nu,2}^{n}\frac{Fo^n}{n!}\varphi_{2,\nu}^{(2n)}(x)+\overline{W}_{\nu,2}(x,Fo).$$

Здесь $\varphi_{2,\nu}(x)$ имеет вид

$$\varphi_{2,\nu}(x)=Z_{\nu,1}^{*}(x,\Delta Fo_1)+\sum_{r=0}^{2m}\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\Omega_{n,1}\left[\mu_{n,r}^{\nu}(x),\varphi_n\right]g_{r,1}^{(n)}(Fo)\right\}.$$

Компоненты воздействия $g_{r,2}(Fo)$ определяются через функции $\varphi_{\nu,2}(x)$ (10) и $Z_{\nu,2}^{*}(x,Fo)$ (13).

Повторяя эту процедуру для j-го интервала, получим (14) – (16), что и требовалось доказать.

Теплофизические характеристики, параметры неидеального теплового контакта, приведенный коэффициент теплообмена, изменяющиеся от интервала к интервалу ступенчатым образом, выбираются по значению некоторой определяющей температуры. Как показано в работе [2], определяющую температуру следует выбирать в зависимости от конкретных законов изменения нелинейных параметров и цели исследования.

Решение тепловых задач с общей нелинейностью

Следуя работам [2, 3, 7], разобьем пространственно-временную область на поле квадрантов. Предположим, что в каждом квадранте теплофизические характеристики материала и нелинейные члены в граничных условиях не зависят от температуры, но меняются от квадранта к квадранту ступенчатым образом. Математически такой подход позволяет линеаризировать нелинейное уравнение теплопроводности, сведя его к системе “$j+i$” линейных уравнений для каждой пластины (j,i – индекс временных и пространственных разбиений).

Кроме этого в постановку задачи необходимо добавить еще $j-1$, $i-1$ условий. По координате такими условиями могут быть приняты условия непрерывности температуры и теплового потока на границе слоев. По времени – распределение температуры в конце j-го временного интервала принимается за начальное для “j+1”-го интервала. Нелинейные граничные условия (4) в результате такой линеаризации записываются в виде (8).

Следовательно, в такой постановке решение задач теплопроводности для неограниченной пластины с общей нелинейностью сводится:

1) к решению задачи для многослойных тел с “внешними” граничными условиями, в которых нелинейные члены зависят от некоторой характерной температуры поверхности, постоянной для всего времени процесса;

2) к последующему решению задачи для многослойных тел методом последовательных интервалов.

Для составного тела решение задачи сводится к применению решения (11), при этом функция $T_{\nu,j}(x,Fo)$ для каждого ν слоя получается в результате решения i задач теплопроводности для многослойных плоских тел с идеальным тепловым контактом.

Кроме этого, в каждом квадранте параметры $\mu_n^j(x_\nu)$, $\varphi_{n,j}$ и $p_{k,i}$ берутся своими и определяются по некоторой температуре $t_{i,j}^*$, постоянной для каждого квадранта. При этом нелинейность, входящая в граничные условия корректируется на каждом квадранте по температуре t_s^*, равной температуре поверхности в конце предыдущего интервала. Теплофизические характеристики материала для каждого слоя корректируются, например, по среднеинтегральной температуре:

$$t_{i,j}^* = \frac{1}{R_i}\int_{0_i}^{R_i} t\left(x_i, Fo_{j-1}\right)dx_i .$$

Сумма толщин R_i для каждого слоя составного тела равна толщине соответствующей пластины.

Численные параметрические исследования

В качестве примера приведены результаты расчета температурного поля пластины с симметричными и несимметричности граничными условиями. Начальное распределение температуры равномерное, $T_0 = 20\,°C$. Для симметричных граничных условий заданы: $\lambda = 33$ $Вт/(м \cdot К)$, $c = 0{,}512$ $кДж/(кг \cdot К)$, $\rho = 7{,}8 \cdot 10^3$ $кг/м^3$. Условия на поверхностях пластины переменны по времени и определяются зависимостями: $Bi(Fo) = 0{,}75 + 10 \cdot Fo$, $Bi(Fo) = 0{,}75 + 10 \cdot Fo$, $T_c(Fo) = 95 + 200 \cdot Fo$. Определено изменение температуры пластины в интервале времени $0 \le Fo \le 0{,}5$. В табл. 1 сопоставлены температуры пластины при $x = 0$, полученные методом конечных разностей и последовательных интервалов.

Таблица 1

Температуры пластины при $x = 0$

	Температура, рассчитанная методом	
Fo	конечных разностей	последовательных интервалов
0,1	36	40
0,2	65	72
0,3	92	102
0,4	120	122
0,5	156	156

Для несимметричных граничных условий заданы: $\lambda = 25\ Вт/(м \cdot К)$, $c = 0{,}512\ кДж/(кг \cdot К)$. Условия на поверхностях торца пластины переменны во времени и определяются зависимостями: $Bi_1(Fo) = 2 - 1{,}5 \cdot \exp(-Fo)$, $Bi_2(Fo) = 4 - 3 \cdot \exp(-Fo)$, $T_{c1}(Fo) = 90 + 235 \cdot Fo$, $T_{c2}(Fo) = 50 + 100 \cdot Fo$. Определено изменение температуры пластины в интервале времени $0 \le Fo \le 1{,}0$. В табл. 2 сопоставлена температура в точках $x = 0$ и $x = 1$, полученная методом конечных разностей и методом последовательных интервалов.

Таблица 2

Температуры пластины в точках $x = 0$ и $x = 1$

	Температура, рассчитанная методом			
Fo	конечных разностей		последовательных интервалов	
	$x = 0$	$x = 1$	$x = 0$	$x = 1$
0,1	34	32	34	32
0,2	48	42	48	42
0,3	63	56	63	52
0,4	83	68	80	63
0,5	103	83	100	72
0,6	126	94	120	88

Из табл. 1 видно, что при большем времени Fo температура, рассчитанная по методу последовательных интервалов, лучше согласуется с результатами, полученными методом конечных разностей.

Из табл. 2 следует: при малых значениях Fo ($Fo \le 0{,}3$) близкое к значениям температуры, полученным конечно-разностным методом, дает метод последовательных интервалов.

В качестве второго примера приведем результаты расчета разогрева пластины из стали с размерами $R = 0{,}13$ *м* при воздействии внутренних источников тепла различной интенсивности, параметры которых зависят от времени, координаты и температуры [2]. Максимальные значения интенсивности $q_V(\bar{z}, T, Fo)$ при $x = 0$ приведены в табл. 3.

Таблица 3

Максимальные значения интенсивности внутренних источников тепла $q_V(\bar{z}, T, Fo)$ при $x = 0$

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
Интенсивность источников тепла, $Вт/м^3$	1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7

Теплообмен с другими элементами конструкции через внешние поверхности пластины учтен введением граничных условий третьего рода, с коэффициентом теплоотдачи α. Принято, что этот коэффициент является постоянным на протяжении всего времени нагрева и равным $\alpha = 500\ Вт/(м^2 \cdot К)$. Исходные зависимости теплофизических характеристик $\rho,\ c_p,\ \lambda_s$ материала пластины от температуры получены усреднением данных из различных источников.

Результаты расчетов температуры пластины в точке $x = 0$ при Fo, изменяющемся от 0 до 1, приведены в табл. 4.

При большей интенсивности теплового нагружения зависимость температуры стержня от времени имеет резко выраженную нестационарность. В связи с этим с некоторого момента времени возникает необходимость в уменьшении временного интервала при расчетах. Влияние шага ΔFo_j на результаты расчета температуры стержня в точке $x = 0$ показано в табл. 5. Принято, что характеристики материала постоянны в интервалах $\Delta Fo_j = 0{,}1$, а приращение $\Delta Fo_{j,i}$ в интервале ΔFo_j варьируется от 0,0001 до 0,1. С увеличением $\Delta Fo_{j,i}$ погрешность расчетов растет; оптимальным является приращение $\Delta Fo_j = 0{,}001$.

Аппроксимация зависимостей теплофизических характеристик материала от температуры кусочно-постоянными функциями в пределах температурных диапазонов ΔT является более рациональной, чем их аппроксимация в пределах временных интервалов ΔFo_j. Однако выбор значения температурного диапазона ΔT также имеет существенное значение.

Таблица 4

Результаты расчетов температуры пластины в точке $x = 0$

Fo	Температура для вариантов интенсивности источников тепла					
	1	2	3	4	5	6
0,001	20,003	20,023	20,065	20,1	20,2	20,9
0,005	20,015	20,14	20,4	20,6	21,3	24,4
0,01	20,028	20,26	20,7	21,14	22,3	29,6
0,05	20,17	21,5	24,3	26,9	34,1	71
0,1	20,28	22,6	27,2	31,6	43,8	134
0,2	20,561	25,1	34,3	43,6	68	250
0,4	21,117	30,2	49,02	67,8	126,6	454
0,6	21,67	35,4	64,6	95,5	180	
0,8	21,23	40,7	81,3	125,7	229	
1	22,79	46,05	99,5	153,6	329	

Таблица 5

Влияние шага ΔFo_j на результаты расчета температуры стержня в точке $x = 0$

Fo	Температура при приращении $\Delta Fo_{j,i}$						
	0,0001	0,0005	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1
0	20,02	20,10	20,35	21,3	22,4	32,1	43,77
0,2	70,69	70,68	70,67	70,63	70,61	69,79	68,83
0,4	131,35	131,32	131,30	131,13	130,9	129,0	126,80
0,6	187,60	187,61	187,52	187,51	187,3	187,0	182,23
0,8	242,26	242,21	242,17	241,80	241,4	138,0	233,54
1,0	403,80	403,22	402,01	400,01	397,20	375,10	345,02

Выводы

1. Показано, что для решения нелинейных задач нестационарной теплопроводности для составных элементов конструкций с неидеальным тепловым контактом эффективным является метод последовательных интервалов.

2. Установлено, что аппроксимация зависимостей теплофизических характеристик материалов от температуры кусочно-постоянными функциями в пределах температурных диапазонов ΔT является более рациональной, чем их аппроксимация в пределах временных интервалов ΔFo_j.

Список литературы

1. Тайц Н.Ю. Определение теплофизических свойств сталей и других веществ // Теплофизические свойства твердых тел. – М.: Наука, 1987. – С. 67 – 73.
2. Веселовский В.Б. Метод последовательных интервалов в исследовании теплофизических процессов // Металлургическая теплотехника: Сборник трудов НМетАУ. – Днепропетровск: Пороги, 2004. – С. 255 – 265.
3. Меерович И.Г. Температурное поле в многослойных системах с переменными физическими свойствами // ИФЖ. – 1967. – Т. 12. – № 4. – С. 484 – 490.
4. Веселовский В.Б. Решение задач нестационарной теплопроводности для многослойных плоских тел с неидеальным тепловым контактом // Прикладные вопросы аэродинамики летательных аппаратов. – Киев: Наук. думка, 1984. – С. 140 – 144.
5. Берлов А.В. Решение структурным методом задач теплопроводности для составных элементов конструкций при воздействии электромагнитных полей // Диференціальні рівняння та їх застосування: Зб. наук. пр. ДНУ. – Дніпропетровськ, 2006. – С. 70 – 79.
6. Веселовский В.В. Математические модели и определение контактного термического сопротивления в элементах конструкций // Диференціальні рівняння та їх застосування: Зб. наук. пр. ДНУ. – Дніпропетровськ, 2006. – С. 88 – 95.
7. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. – М.: Эдиториал, 2003. – 784 с.

Рукопись поступила 19.04.2008 г.